第 42 卷 第 1 期
2024 年 3 月

天 文 学 进 展
PROGRESS IN ASTRONOMY

Vol. 42, No. 1
Mar., 2024

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2024.01.09

特低频电磁波吸收与银河系自由电子气分布

卢 颢[1]，朱雨桐[1]，曹周键[2,3]，丁 优[1]，韩文标[3,4]

(1. 北京交通大学 物理科学与工程学院，北京 100044； 2. 北京师范大学 天文系，北京 100875； 3. 中国科学院大学 杭州高等研究院，杭州 310024； 4. 中国科学院 上海天文台，上海 200030)

摘要： 电磁环境中双黑洞并合可辐射与引力波同频率的电磁信号，但低频电磁波有可能被星系介质吸收。电磁波在穿越大气过程中会被吸收，某些频率的电磁波被吸收得多，某些频率的电磁波被吸收得少，被吸收得少的那些频率窗口被称为电磁波的大气窗口。类似地，电磁波在宇宙空间中传播会被星系介质吸收。着重探讨电磁波在银河系空间中传播的吸收问题。研究发现，电磁波穿越银河系空间到达地球存在下限截止频率。天球上不同方向上对应的下限截止频率不同，存在一个分布，该分布与银河系自由电子气的分布密切相关。该文通过对该截止频率分布进行测定从而确定银河系自由电子气的分布。

关 键 词： 电磁波；自由电子气；截止频率

中图分类号： P142 **文献标识码：** A

1 引 言

引力波自 2015 年 9 月被美国的 LIGO 引力波探测器首次探测[1]到以来，已经有一百多例引力波事件被探测到[2]。以引力波为天文观测手段的引力波天文学[3]也已经建立起来，并以惊人的速度飞速发展[4–9]。包含引力波在内的多信使天文学[10]也广受人们重视。以 2017 年 8 月观测到的双中子星并合事件为例，引力波与电磁波的联合观测同时解决了短伽玛射线暴的中心引擎问题、千新星中心引擎问题和重元素起源问题三大天文学重大科学问题。这展示了引力波与电磁波联合观测极强的科学发现能力。

到目前为止，我们只有双中子星并合对应的引力波与电磁波联合观测结果。宇宙中的黑洞是否带电以及带多少电量是近年来人们热烈讨论的问题[11, 12]，带电双黑洞并合[13, 14]以及

收稿日期： 2023-04-06； **修回日期：** 2023-05-19

资助项目： 科技部重点研发专项 (2021YFC2203002)；国家自然科学基金 (12173071)；中央高校基本科研业务费专项资金

通讯作者： 韩文标，wbhan@shao.ac.cn；曹周键，zjcao@bnu.edu.cn

在磁场环境下的双黑洞并合[15, 16]会产生与引力波对应的电磁波信号[17]。值得注意的是，这些电磁波信号具有与对应引力波信号相当的频率。以 LIGO 为代表的地面引力波探测器对应的引力波频率为几百赫兹，未来的空间引力波探测器对应的引力波频率为毫赫兹，脉冲星计时对应的引力波频率更是低到纳赫兹。对比电磁波观测，目前天文观测使用的电磁波最低频率也在 10 MHz 以上。典型的射电观测在 GHz 频段。

现有的电磁天文观测没有关注 10 MHz 以下频率的电磁波，其主要有两方面的原因：(1) 10 MHz 以下频率的电磁波是否具有重要和有趣的天体源目前尚不清楚；(2) 这样的电磁波能否穿过宇宙空间不被吸收殆尽从而被我们观测到也是关键问题。根据我们前面的描述，第一个方面不再是问题，目前我们具有强烈的科学动机去观测 10 MHz 以下甚低频率的电磁波信号，第二个方面是本文重点关注的问题。

电磁波在穿过地球大气的过程会被吸收是我们已经非常熟悉的物理现象，即大气中不同分子对不同频率的电磁波进行一定程度的吸收。综合起来，整个大气对不同频率的电磁波产生不同程度的吸收效果，因此形成了我们熟知的电磁波在频率空间相对大气的透明窗口。即使不完全透明，我们也对不同频率的电磁波的吸收系数有非常全面的了解。

宇宙空间几乎真空，但并非完全真空，有少量的星际介质存在。星际介质的主要成分是自由电子气，或者更准确地说，自由电子气和离子组成的等离子体。等离子体对电磁波的吸收机制与分子对电磁波的吸收机制不同。我们在第 2 章回顾等离子体同电磁波的相互作用理论和吸收机制。在第 3 章我们把该吸收机制应用到银河系星际介质，分析计算得到银河系星际介质对电磁波的吸收情况；其间我们还会分析电磁波吸收情况与银河系自由电子气分布的关系。最后在第 4 章，我们总结讨论本文所得结果，并提出通过对电磁波吸收情况的测定来确定银河系自由电子气的分布设想。

2 等离子体与电磁波的相互作用

电磁波在介质中传播可以用以下的麦克斯韦方程组来描述：

$$\nabla \cdot (\epsilon \boldsymbol{E}) = \rho \quad , \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \quad , \tag{2}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \quad , \tag{3}$$

$$\nabla \times \frac{\boldsymbol{B}}{\mu} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial (\epsilon \boldsymbol{E})}{\partial t} \quad , \tag{4}$$

其中，ρ 是自由电荷密度，$\boldsymbol{j}$ 是传导电流密度，ϵ 和 μ 分别是介质的介电系数和磁导系数，而 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 分别是电磁波的电场和磁场。

对于自由电子气，ϵ 和 μ 可以分别近似描述[18]为：

$$\frac{\mu(\omega)}{\mu_0} \cong 1 \, , \quad \frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon_0} \cong 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad . \tag{5}$$

其中，ϵ_0 和 μ_0 分别是真空介电系数和真空磁导系数，ω 是电磁波的频率，ω_p 是自由电子气对应的等离子体频率：

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_0 m}} \quad , \tag{6}$$

其中，n 是电子数密度，e 是电子电量，m 是电子质量。由于电子数密度 n 存在空间分布，是空间位置的函数，所以对于星际介质 μ 基本是常数，但 ϵ 是空间位置的函数。

考虑到常数 μ 和空间函数 ϵ 的特点，上述的麦克斯韦方程可简化为：

$$-\epsilon\mu\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \nabla^2 \boldsymbol{E} + \nabla\left(\boldsymbol{E}\cdot\frac{\nabla\epsilon}{\epsilon}\right) = 0 \quad . \tag{7}$$

对于单频电磁波，

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})} \quad . \tag{8}$$

将式 (8) 代入式 (7)，我们得到变形的亥姆霍兹方程：

$$\omega\epsilon\mu\boldsymbol{E} + \nabla^2 \boldsymbol{E} + \nabla\left(\boldsymbol{E}\cdot\frac{\nabla\epsilon}{\epsilon}\right) = 0 \quad . \tag{9}$$

星际空间自由电子气密度的变化很慢，变化尺度在 0.001 pc 以上。也就是说在电磁波源和探测器之间的区域，如果我们把区域分成很多尺度小于这个变化尺度的小块，在每个小块区域内，n 可以近似为常数。于是式 (9) 可近似为通常的亥姆霍兹方程：

$$\omega\epsilon\mu\boldsymbol{E} + \nabla^2 \boldsymbol{E} = 0 \quad . \tag{10}$$

当我们把上述方程限制到我们关心的电磁波源所在方向，并用 x 表示电磁波的传播方向后，得到：

$$\omega\epsilon\mu\boldsymbol{E} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial x^2} = 0 \quad . \tag{11}$$

分别用 $\boldsymbol{E}_i$ 和 $\boldsymbol{E}_{i+1}$ 代表进入第 i 块小区域前的电场和出第 i 块小区域后的电场 (也就是进入第 $i+1$ 块小区域前的电场)。我们可以通过求解式 (11) 得到关系：

$$\boldsymbol{E}_{i+1} = \boldsymbol{E}_i \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\delta x} \quad , \tag{12}$$

$$k = \omega\sqrt{\epsilon\mu} \quad , \tag{13}$$

其中，δx 是第 i 块小区域的 x 厚度。把所有的小区域连起来，我们得到探测器处电场 $\boldsymbol{E}_d$ 和波源处电场 $\boldsymbol{E}_s$ 的关系：

$$\boldsymbol{E}_d = \boldsymbol{E}_s \mathrm{e}^{\mathrm{i}\int_s^d k\mathrm{d}x} \quad , \tag{14}$$

上述积分从波源处积分到探测器处。如果 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\int_s^d k\mathrm{d}x}$ 为纯实数，则表明中间没有吸收；反之如果 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\int_s^d k\mathrm{d}x}$ 的虚部为 I，则表明电磁波强度由于吸收衰减 e^{2I} 倍。

把上述讨论应用到地球和银河系边缘，我们就得到电磁波被银河系星际介质的吸收情况。

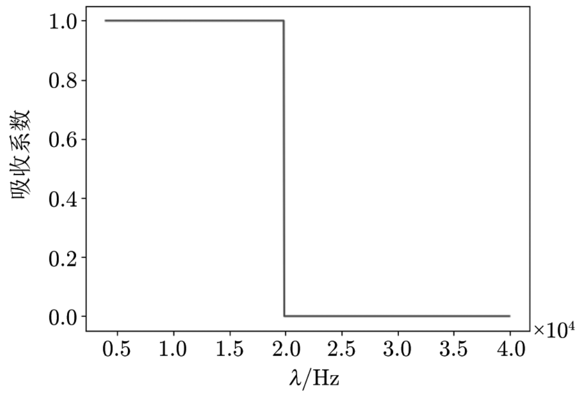
3　银河系星际介质对电磁波的吸收

仿照大气对电磁波的吸收，我们定义银河系星际介质对电磁波的吸收系数为：

$$\xi(\omega,\theta,\phi) = 1 - \mathrm{e}^{-2\Im[\int k\mathrm{d}x]} \quad , \tag{15}$$

上述积分沿着天球方向 (θ,ϕ) 从地球积分到银河系边缘。这里的符号 $\Im$ 代表取虚部。本文使用的天球坐标系指的是原点在太阳，银道面为平面 xy，太阳银心连线为轴 x 的坐标系。这个坐标系不是惯性坐标系，在旋转，但旋转速度非常慢，大约 2.2 亿年转一圈。

我们发现，吸收系数 $\xi(\omega,\theta,\phi)$ 相对于电磁波频率基本是一个阶越函数。作为一个例子，我们任取一个方向得到的结果 (如图 1 所示)，也就是说在给定的方向上，存在一个电磁波截止频率 f_1。对于频率大于该截止频率的电磁波不会被银河系星际介质吸收；反之，频率小于该截止频率的电磁波则会被银河系星际介质吸收殆尽。



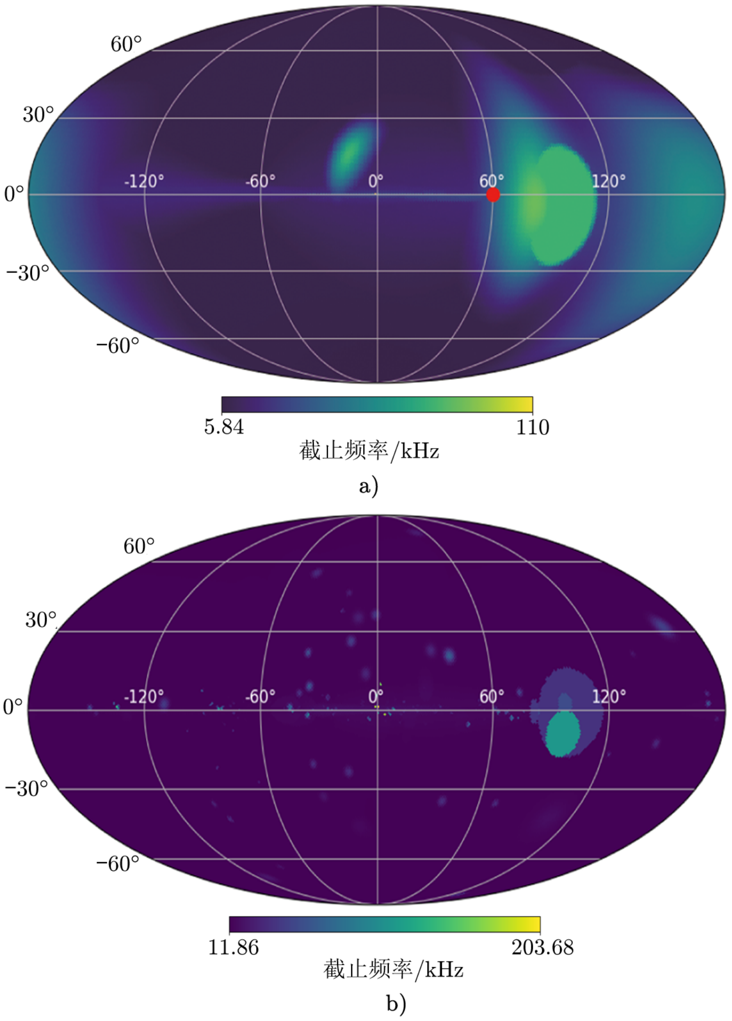
注：该图的计算基于 YMW16 自由电子气分布模型。

图 1　银河系星际介质对电磁波的吸收系数与电磁波频率的关系

银河系星际介质主要是自由电子气。很多学者对银河系自由电子气的分布进行了仔细深入的研究，代表性结果包括 Taylor 和 Cordes 提出的 TC93 模型[19]。在过去对于自由电子分布轴对称的假设基础上，TC93 模型研究了旋臂位置与脉冲星分布之间的相关性以及胶状星云色散量的贡献。TC93 模型所提供的已知脉冲星的距离估计精度约为 25%。TC93 模型在银河高纬度区域提供的密度偏低，只可推导出脉冲星距离的下限，且在旋臂内部的电子分布有显著的误差。在某些方向上提供的散射太少，无法解释脉冲展宽。建立在 TC93 模型基础之上，Cordes 和 Lazio 后来增加了对更多测量值的研究并且改进了对其星系中心散射强度以及分布的约束，研究了在河心径向上的自由电子分布；研究了局部悬臂的影响。将整个银河系分为了由厚盘 (thick disk)、薄盘 (thin disk) 和旋臂 (spiral arms) 三个主要区域分别进行研究。在计算方法上使用了迭代似然法 (iterative likelihood method) 寻找最佳拟合模型参数。由此，Cordes 和 Lazio[20, 21]得到 NE2001 模型。当纬度较高时，NE2001 模型的准确度下降，比观测结果偏小。在 NE2001 模型的基础上，Yao 等人[22]将整个银河系分

成厚盘、薄盘、旋臂、星系中心 (galactic center)、局域泡 (local bubble region) 和环状区域 (loop) 七个主要区域，在各区域边缘时研究多个区域对电子密度的共同影响，提出 YMW16 模型。YMW16 模型在 95% 的置信区间范围内优于 NE2001 模型近 40%。

基于 YMW16 模型，在图 2a) 我们给出电磁波截止频率在不同天球方向的分布情况。我们发现，银河系星际介质吸收电磁波对应的截止频率在 $5\times10^3\sim1.1\times10^4$ Hz 之间。图中截止频率偏高的方向对应环状区域出现的方向。作为对比，我们基于 NE2001 模型，图 2b) 展示了电磁波截止频率在不同天球方向的分布情况。对比图 2a) 和图 2b)，我们发现不同电子气模型具有明显不同的电磁波截止频率的方向分布情况。



注：a) 基于 YMW16 自由电子气分布模型；b) 基于 NE2001 自由电子气分布模型。

图 2　电磁波穿过银河系星际介质到达地球的截止频率在天球上的分布

4 小结和讨论

由于银河系星际物质对电磁波的吸收作用，小于 1 000 Hz 频率的电磁波不能穿越银河系而到达地球，所以，我们不可能观测到小于 1 000 Hz 频率的天文电磁信号。于是，观测带电黑洞并合以及在磁场环境中并合双黑洞的引力波电磁对应体不可能实现。值得指出的是，双黑洞并合过程由于辐射转移等形成的射电和其他高频电磁信号另当别论。

带电或磁场环境中的恒星级双黑洞并合产生的是 300 Hz $\sim$ 3 kHz 的特低频电磁波。不过，由于银河系星际介质的影响，这样的电磁波信号无法传播。根据本文的研究，5 000 Hz 以上的电磁波信号可以在星际空间传播。如果存在质量小于 1 $M_\odot$ 的原初黑洞，在带电或者磁场环境下就可以产生 $3\times10^3 \sim 3\times10^4$ Hz 的甚低频波[23–25]，能够穿过星际介质到达地球。而超导量子干涉器件 (SQUID) 以及谐振冷线圈等技术可以测量到这样的微弱甚低频信号。超导量子干涉器件基于超导约瑟夫森效用和磁通量子化效应，对这个频段的磁场分量非常灵敏。我国自主研发的 SQUID 对磁分量的测量已达到 10^{-15} T 水平。由于其极高的灵敏度，SQUID 已经用于一些空间物理实验中，如 Gravity Probe B[26] 和暗物质的探测。

目前，利用超导量子干涉器件，中国科学院上海微系统与信息技术研究所已经开始精密测量地球大气层环境中的甚低频信号[27] 。我们期待未来能利用 SQUID 测量并绘制电磁波截止频率在不同天球方向的分布情况。这样的测量结果可以很好地区分和证认银河系自由电子气分布模型。

参考文献：

[1] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Physical Review Letters, 2016, 116: 1102
[2] Abbott R, Abbott T D, Acernese F, et al. arXiv:2111.03606, 2021
[3] 曹周键. 现代物理知识, 2015, 27(5): 40
[4] 蔡荣根, 曹周键, 韩文标. 科学通报, 2016, 61(14): 1525
[5] 曹周键, 都志辉. 中国科学, 2017, 47(1): 0405
[6] 曹周键, 何孝凯. 中国科学, 2018, 48(7): 9806
[7] 阎玮琛, 赵天宇, 曹周键. 天文学进展, 2019, 37(4): 469
[8] 何孝凯, 曹周键, 梁灿彬. 大学物理, 2019, 38(5): 1
[9] 刘刚强, 曹周键. 天文学进展, 2021, 39(1): 94
[10] 曹周键. 大学物理, 2018, 37(2): 1
[11] Zhang B. Astrophys J, 2016, 827: L31
[12] Gong Y, Cao Z, Gao H, et al. MNRAS, 2019, 488: 2722
[13] Zilhao M, Cardoso V, Herdeiro C, et al. Physical Review D, 2012, 85: 4062
[14] Bozzola G, Paschalidis V. Physical Review Letters, 2021, 126: 1103
[15] Palenzuela C, Anderson M, Lehner L, et al. Physical Review Letters, 2009, 103: 1101
[16] Palenzuela C, Lehner L, Liebling S L. Science, 2010, 329: 927
[17] Bogdanovic T, Miller M C, Blecha L. Living Review in Relativity, 2022, 25: 3
[18] Jackson J D. Classical Electrodynamics, 3rd Edition. New York: Wiley Press, 1998: 309
[19] Taylor J H, Cordes J M. The Astrophysical Journal, 1993, 411: 674

[20] Cordes J M, Lazio T J W. arXiv:astro-ph/0207156, 2023
[21] Cordes J M, Lazio T J W. arXiv:astro-ph/0301598, 2023
[22] Yao J, Manchester R N, Wang N. ApJ, 2017, 835: 29
[23] Benavides-Gallego C, Han W B. Symmetry, 2023, 15: 537
[24] Benavides-Gallego C, Han W B. arXiv: 2111.04323, 2021
[25] Asztalos S J, Carosi G, Hagmann C, et al. Physical Review Letters, 2010, 104: 041301
[26] Range S K. Gravity Probe B: Exploring Einstein's Universe with Gyroscopes. US: NASA Educator's Guide, 2008: 26
[27] Hao H, Wang H, Chen Liu, et al. Sensors, 2017, 17: 371

Very Low Frequency Electromagnetic Wavse Absorption and Free Electron Gas Distribution in the Milky Way

LU Hao[1], ZHU Yu-tong[1], CAO Zhou-jian[2,3], DING You[1], HAN Wen-biao[3,4]

(1. School of Physical Science and Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. Department of Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100875, China; 3. Hangzhou Institute for Advanced Study, University of Chinese Academy of Sciences, Hangzhou 310024, China; 4. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai, 200030, China)

Abstract: Electromagnetic waves will be absorbed when they pass through the atmosphere. Electromagnetic waves with some frequencies are absorbed more, while electromagnetic waves with other frequencies are absorbed less. The frequency range within which the electromagnetic waves are less absorbed is called the atmospheric window of electromagnetic waves. Similarly, the propagation of electromagnetic waves in the universe will be absorbed by the galactic medium. This paper investigates the problem of the absorption of electromagnetic wave when it propagates in the Milky Way. Our analysis shows that there is a lower cut-off frequency for the electromagnetic waves which can reach the earth passing through the Milky Way. Interestingly, the lower cut-off frequency is different respect to different direction on the celestial sphere, which gives a distribution. This distribution is closely related to the distribution of free electron gas in the Milky Way. We propose to determine the distribution of free electron gas in the Milky Way by measuring the cut-off frequency distribution.

Key words: electromagnetic wave; free electron gas; lower cut-off frequency